Durée : 1H:30mn

2ieme année MCP

Epreuve du module : Transfert thermique

الاسم	.....
اللقب	.....
الفوج	.....

Exercice 1 :

I-Une sphère métallique de rayon R et de conductivité λ est le siège d'une génération (production) de chaleur uniforme q''' =g exprimé en' (W/m^3). Cette sphère échange avec l'environnement à la température TE et le coefficient de transfert de chaleur à la surface vaut (h= α)

I-1Donner le bilan thermique dans le volume dv du sphère

I-2 Déterminer l'expression de distribution de température dans le volume de sphère

Hypothèses :

T=T(r) q''' =g= Constante régime stationnaire $\frac{\partial T}{\partial t}=0$

II- Un réservoir sphérique de rayon r_1=1.5 m, contient de l'air liquide. Le réservoir est isolé par une épaisseur de 0.05 m d'un matériau isolant de conductivité λ =0.05 W/(m.K). On peut supposer que la paroi externe du réservoir reste à température constante T_1=80 K. A la surface de l'isolant, il y a échange par convection avec l'air ambiant à la température T_∞=283 K et le coefficient de convection (h = α est égal à 18 W/m².K)

II-1Calculer le flux de chaleur échangée

II-2Calculer la température de l'air à l'intérieur du réservoir sphérique

Solution 1

1/ bilan

0,5 $Q_{entr} + Q_{ch} = Q_{sort} + Q_{acc}$

2/ - l'on de volume $dV = 4\pi r^2 dr$

0,5 $4\pi r^2 q_r\big|_r - 4\pi r^2 q_r\big|_{r+dr} + 4\pi r^2 \Delta r\, q''' = 0$

on divise par $4\pi\, dr$

$$\frac{4\pi r^2 q_r\big|_r - 4\pi r^2 q_r\big|_{r+dr}}{4\pi\, dr} + \frac{4\pi r^2 dr\, q'''}{4\pi\, dr} = 0$$

$$\lim_{\Delta r \to 0} \frac{r^2 q_r\big|_r - r^2 q_r\big|_{r+dr}}{dr} = \frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 q_r\right)$$

$$-\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 q_r\right) + r^2 q''' = 0 \Rightarrow \frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 q_r\right) = r^2 q'''$$

on integre une premiere fois

$$(r^2 q_r) = \frac{r^3}{3} q''' + C_1 \quad (0,25)$$

on exprime la densité par la loi de Fourier:

$$q_r = -\lambda \frac{\partial T}{\partial r}$$

$$r^2\left(-\lambda \frac{\partial T}{\partial r}\right) = \frac{r^3}{3} q''' + C_1 \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial r} = -\frac{3 q'''}{\lambda r^2} C_1$$

$$\Rightarrow \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{-r^3}{r^3} \frac{q'''}{3\lambda} - \frac{C_1}{\lambda r^2} = -\frac{q'''}{3\lambda} r - \frac{C_1}{\lambda r^2}$$

$$(0,5) \quad T = \left(\frac{-q'''}{3\lambda}\right)\frac{r^2}{2} - \frac{C_1}{\lambda}\left(-\frac{1}{r}\right) + C_2.$$

conditions aux limites

$$\boxed{T = \left(\frac{-q'''}{3\lambda}\right)\frac{r^2}{2} + C_2} \quad (1) \quad (0,25)$$

à $r=0 \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial r} = 0 \Rightarrow C_1 = 0$

$r = R \Rightarrow$ la chaleur arrive par convection:

$$(0,25) \quad q_r\big|_{r+dr} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial r}\Big)_{r=dR} = h(T_{r=R} - T_E)$$

on remplace T par l'expression (1)

$$q_r\Big|_{r=R} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial r}\Big|_{r=R} = -\lambda\left(\frac{\partial\left[\left(\frac{-q'''}{3\lambda}\right)\frac{r^2}{2} + C_2\right]}{\partial r}\right)_{r=R}$$

$$= -\lambda\left(\frac{-q'''}{3\lambda} \cdot \frac{2r}{2}\right)_{r=R} = \frac{q'''}{3} R = h\left(\left(\frac{-q'''}{3\lambda}\right)\frac{r^2}{2} + C_2\right) - T_E$$

$$\Rightarrow C_2 = \boxed{\frac{q'''}{3\lambda} R + \frac{q''' R^2}{6\lambda} + T_E} \quad (0,5)$$

$$\boxed{T = \left(\frac{-q'''}{6\lambda}\right)(r^2 - R^2) + \frac{q''' R}{3\lambda} T_E} \quad (4)$$

$R_{\text{conduction sphère}} = \frac{1}{4\pi\lambda}\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right) = +3,42\,10^{-2}\ \frac{W}{m^2 K}$ (1)

$R_{\text{convection sphère}} = \frac{1}{4\pi r_2^2 \alpha} = 1,34\,10^{-3}$ (1) $\quad R_T = 3,606\ K^2$ (1)

$q = \frac{\Delta T}{R_T} = \frac{T_\infty - T_1}{R_T} = \frac{283-80}{3,606\,10^{-2}} = 5629,5$ (1)

$\Delta T_{\infty\to 2} = (T_\infty - T_2) = q\,R_T \Rightarrow T_{\infty_2} - T_2 = 10,35$

$\boxed{T_{\infty_2} = 272,6\ K}$ (1)

Exercice2

Dans un cylindre de 4 cm de diamètre circule de l'air à la vitesse moyenne de 26,5 m/s. Calculer le coefficient de transfert de chaleur (h = α) en W /m²°C sachant que:
$\rho = 1,2\ kg/m^3$
$Cp = 0,24\ kcal/kg°C$
$\eta = 1,9\ 10^{-5}\ Pa\ s$
$\lambda = 6,2\ 10^{-6}\ kcal/m\ s\ °C$

$$Nu = 0,023\ Re^{0,8}\ Pr^{0,4}$$

05/08

Solution 2

$Pr = \frac{\mu C_p}{\lambda} = \frac{1,9\,10^{-5} \times 0,24}{6,2\,10^{-6}} = 0,735$ (1)

$Re = \frac{\rho v d}{\mu} = \frac{26,5 \times 0,04 \times 1,2}{1,9\,10^{-5}} = 66947$ (1)

$Nu = 0,023 (Re)^{0,8}\ Pr^{0,4} = 147,5$ (1)

$h = 2,986\,10^{-2}\ \frac{kcal}{m^2 s\ °C}$ (1)

$h = \alpha = 95,68\ \frac{W}{m^2\ °C}$ (1)

05/05

Exercice 3

On remplit en *5* minutes une baignoire de *500* litres avec de l'eau chaude prélevée dans un réservoir supposé à température constante de 50°C. La canalisation de diamètre extérieur de 16 mm et intérieur de 14 mm a une longueur de 10 m.

- **Si la chute de température entre le réservoir et le robinet est de 2°C.**

1-Calculer le flux de chaleur perdu par la canalisation pendant le remplissage de la baignoire ainsi que les densités de flux de chaleur correspondants aux surfaces intérieur et extérieur de la canalisation.

2-A quel pourcentage de perte de chaleur cela correspond-il si on suppose que l'eau froide était à 15°C avant d'être chauffée dans le réservoir?

- **La température de l'eau dans la canalisation revient à la température de 20°C au bout de 30 minutes.**

3- Calculer le flux de chaleur perdu dans ces conditions. Cp=1k cal / kg °C

Solution3

1 - Q perdu ($\Delta t = 5$ min)

$Q = mc_p\Delta T = 500 \times 1 \times 2 = 1000$ kcal $= 4185$ kJ (1)

2 - Q chauffage (évolution eau):

$Q = mc_p\Delta T \Rightarrow Q = 500 \times 1 \times (50 - 15) = 17.5\,10^3$ kcal (1)

$= 73,2\ 10^3$ kJ

3 - le flux perdu

$\varphi = \frac{Q_P}{\Delta t} = \frac{4185}{5 \times 60} = 13,95$ kW (1) $= 12\,10^3$ kcal/h

densité / surface int.

(0,5) $\varphi = \frac{Q_P}{S_{int}} = \frac{13,95 \text{ kW}}{\pi\ 14\ 10^{-3} \times 10} = 31,7$ kW/m²

densité / surface ext.

(0,5) $\varphi = \frac{Q_P}{S_{ext}} = \frac{13,95}{\pi \cdot 16\ 10^{-3}\ 10} = 27,8$ kW/m²

4/ - rendement : (1) $\frac{Q_P}{Q} = \frac{mc_p\Delta T_{perdu}}{mc_p\Delta T_{ch}} = \frac{2}{50-15} = 5,7\%$